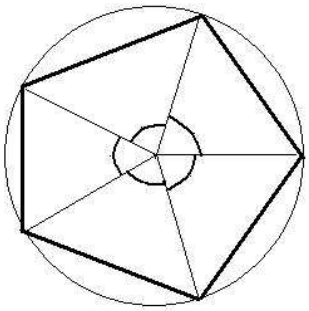
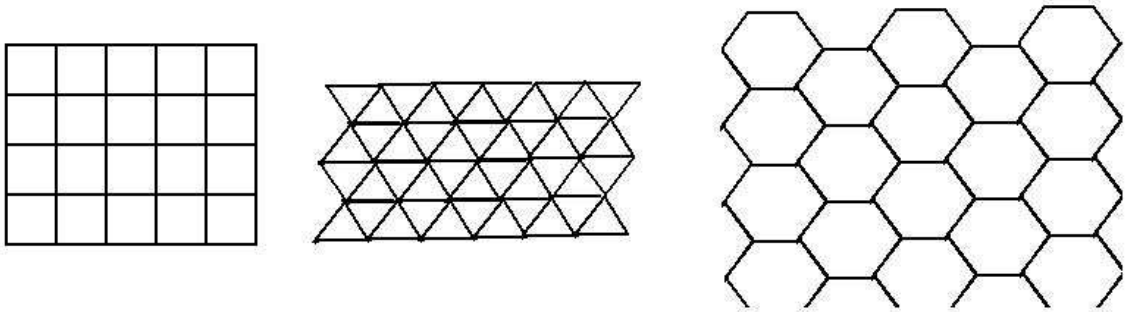
Pavages à base d’un polygone régulier

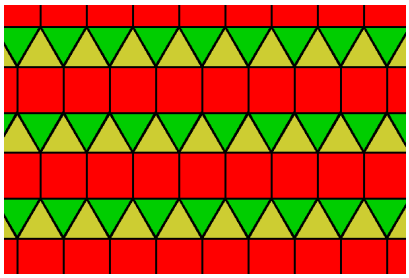


Pentagone régulier (avec 5 côtés égaux et 5 angles égaux ($3\pi/5$)). Les angles au centre valent $2\pi/5$.

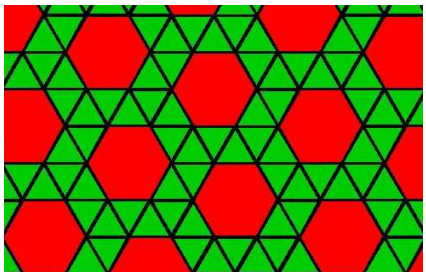


Les trois seuls types de pavages à partir d’un polygone régulier

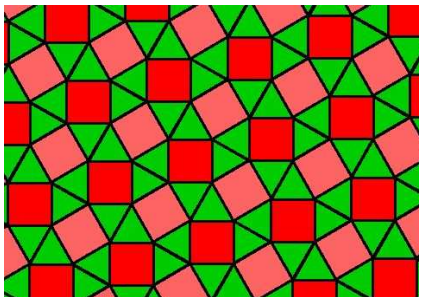
Pavages d'Archimède, à base de polygones réguliers



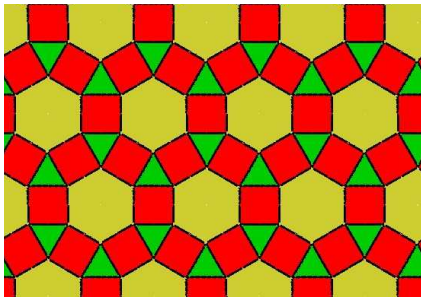
$3^3\ 4^2$



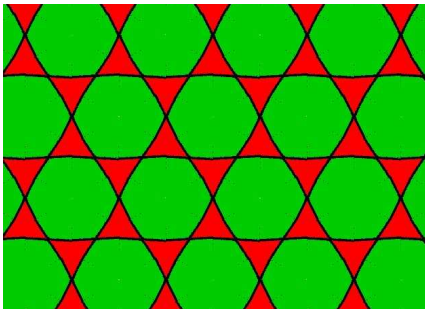
$3^4\ 6$



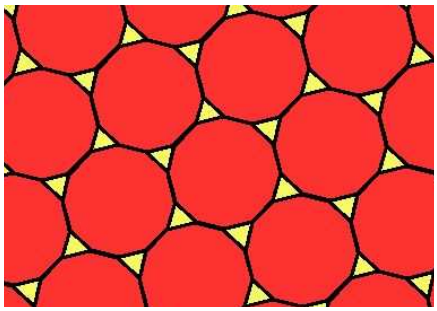
$3^2\ 4\ 3\ 4$



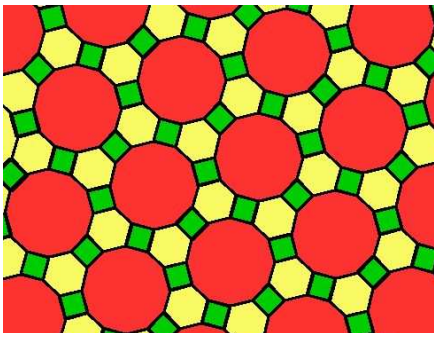
3 4 6 4



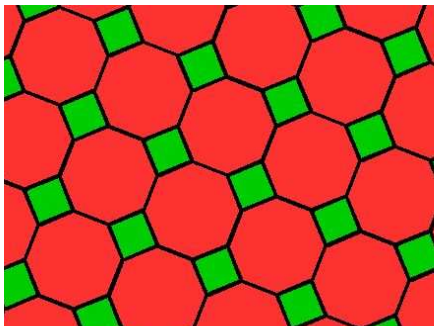
3 6 3 6



$3\ 12^2$



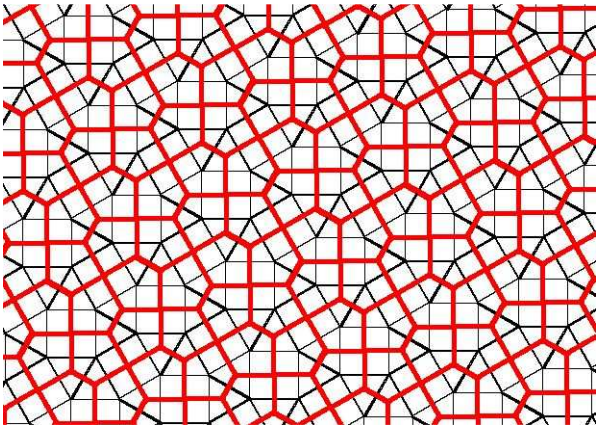
4 6 12



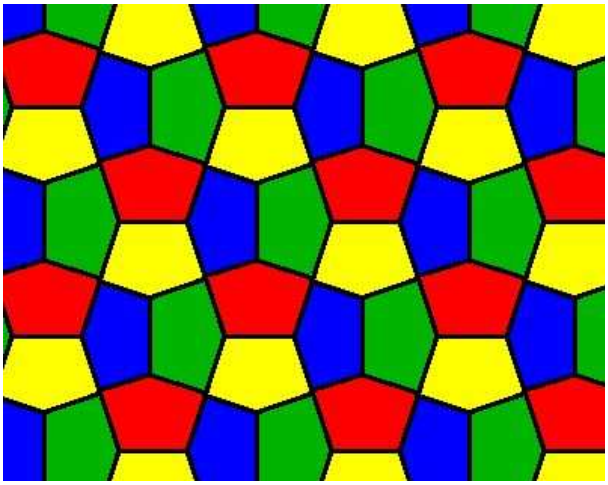
$4\ 8^2$

Et le pentagone ?

Pavage par un pentagone non régulier

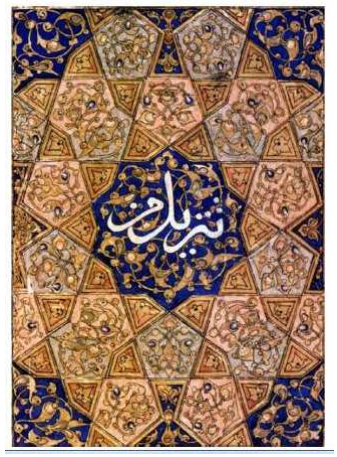


Pavage archimédien sous-jacent en noir, et son dual en rouge

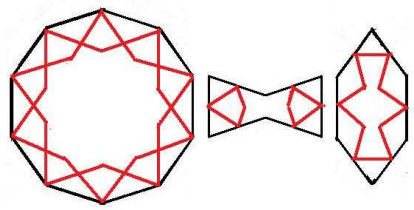


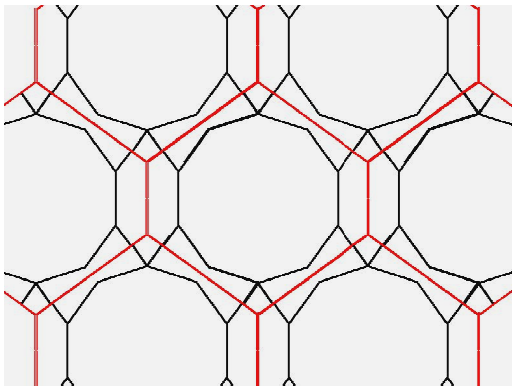
Pavage du Caire avec un pentagone ayant deux angles droits, deux angles de $3\pi/5$ et un angle de $4\pi/5$.

Motifs décoratifs *girih* (entrelacement de lignes brisées)



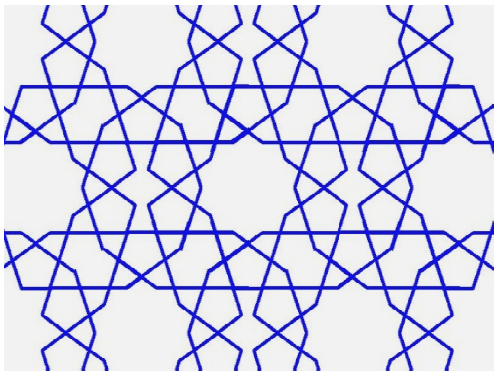
Couverture d'un Coran avec motif girih, et décoration des surfaces intérieures, notamment pentagonales





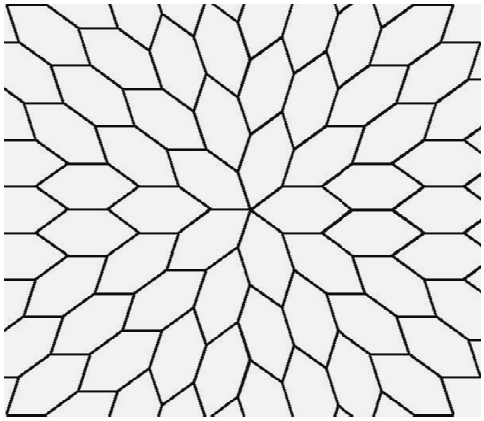
A gauche, trois formes de pavés dont l'intérieur est décoré.

A droite, pavage utilisant ces trois formes de pavés, grâce à un pavage sous-jacent par des hexagones (en noir).

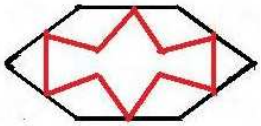


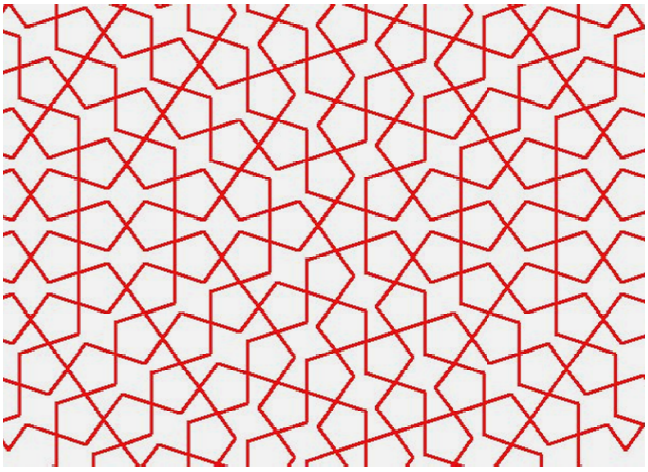
Motif girih obtenu en prenant les décorations intérieures des trois formes de pavés. Noter la présence de pentagones réguliers.

Pavage de Durer

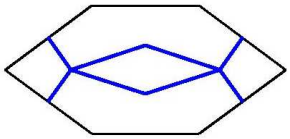


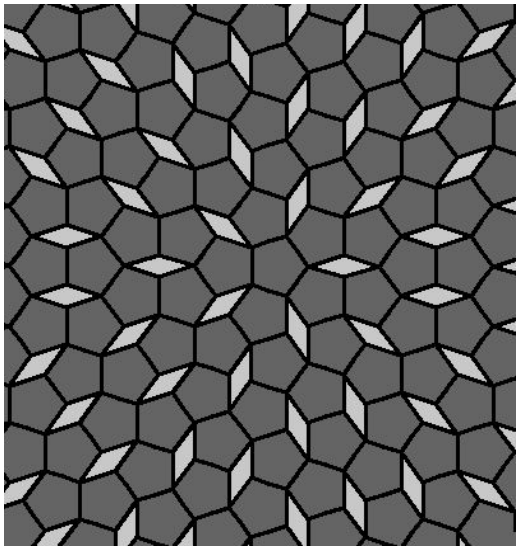
Pavage de Durer, avec un hexagone ayant tous ses côtés de même longueur, et des angles de $2\pi/5$ et $4\pi/5$





A gauche, l'hexagone décoré. A droite, le motif girih qui en découle

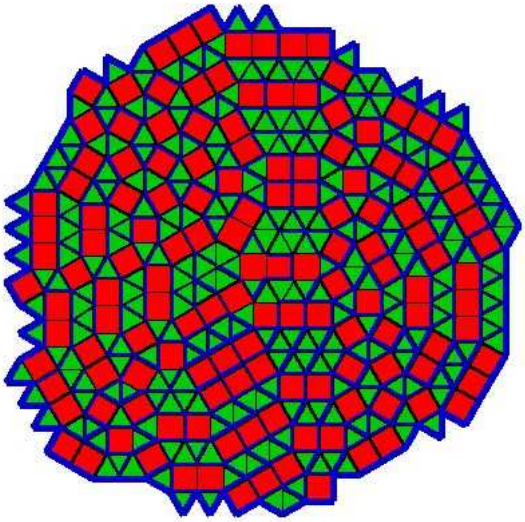




A gauche, une autre décoration de l'hexagone. A droite, le pavage correspondant à base de pentagones réguliers et de losanges

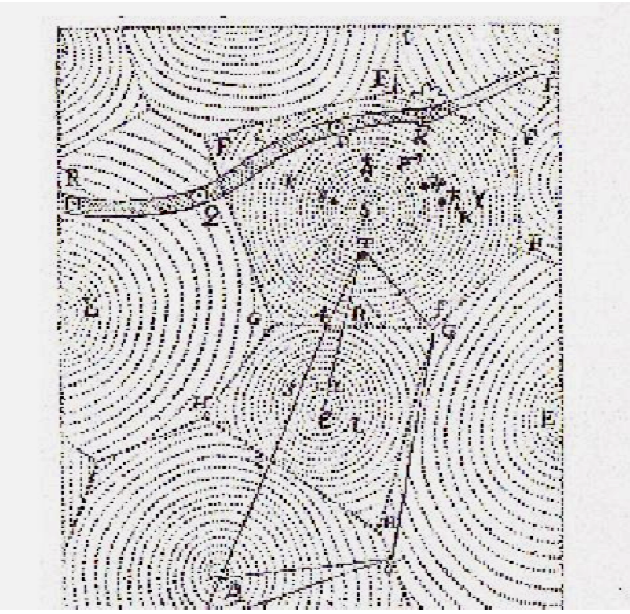
Pavages irréguliers

Pavage au hasard

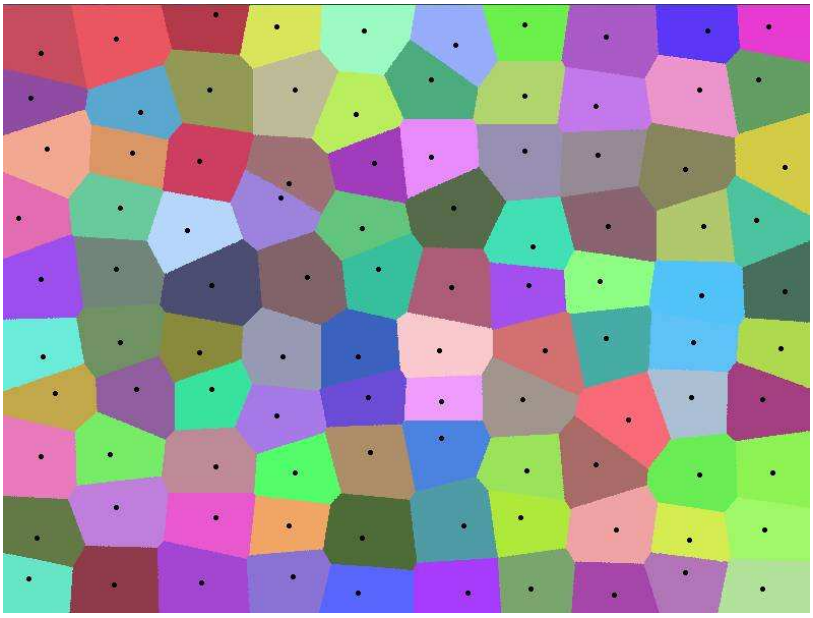


Pavage à base de carrés et de triangles équilatéraux, placés au hasard

Cellules de Descartes

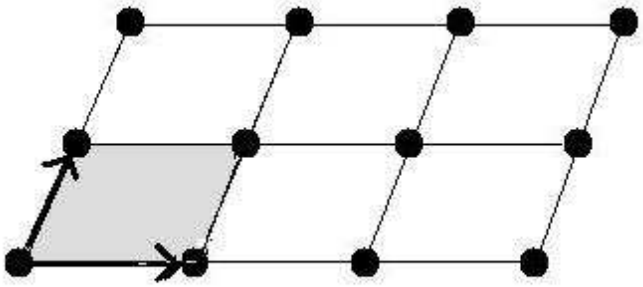


Dessin de Descartes, dans son *traité sur la lumière*



Points disposés au hasard, et leurs cellules de Descartes (ou Voronoï)

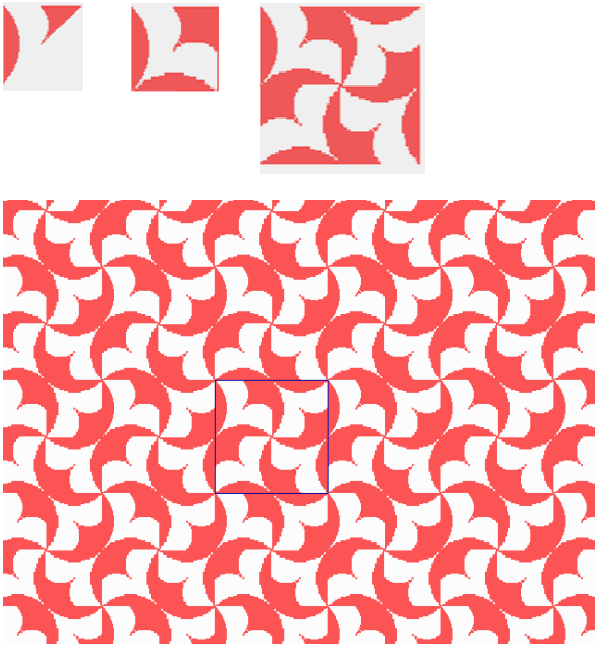
Pavages bipériodiques



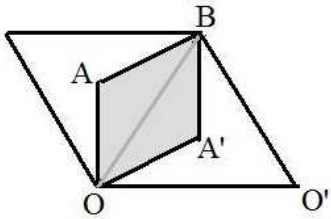
Brique élémentaire en gris (dont l'intérieur sera décoré). Il s'agit d'un parallélogramme, qui peut aussi être un rectangle, un carré, ou un losange. Ce parallélogramme est ensuite reproduit périodiquement par translations dans deux directions

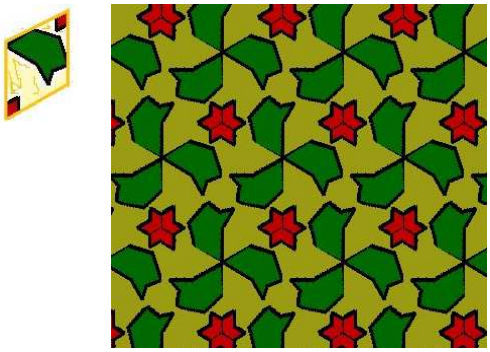
Il existe 17 types de pavages bipériodiques, qui se différencient par leurs symétries

Pavage p4g



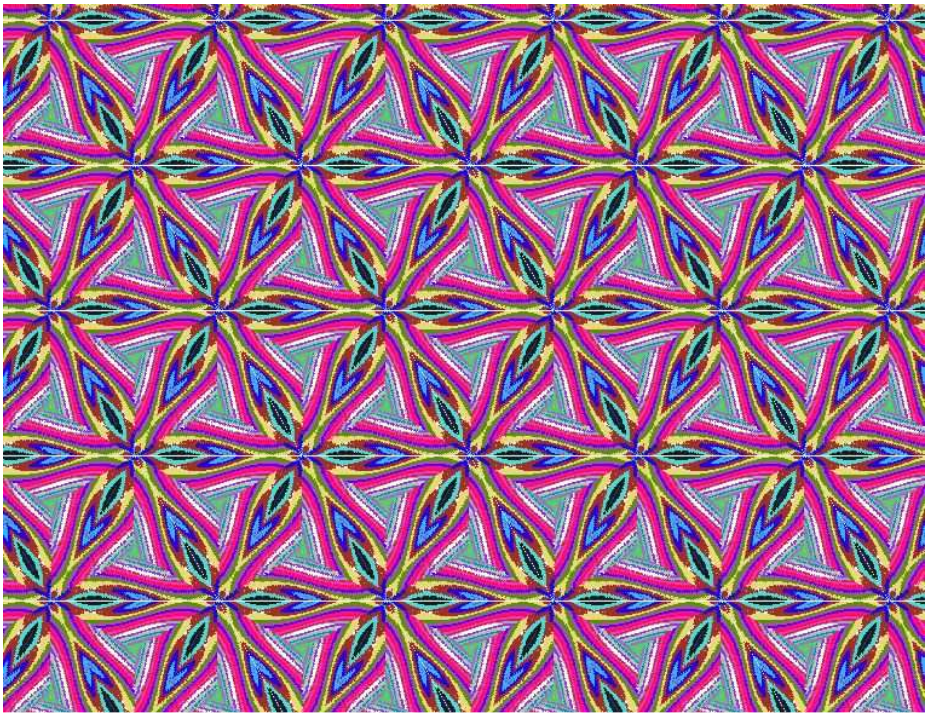
Pavage p3

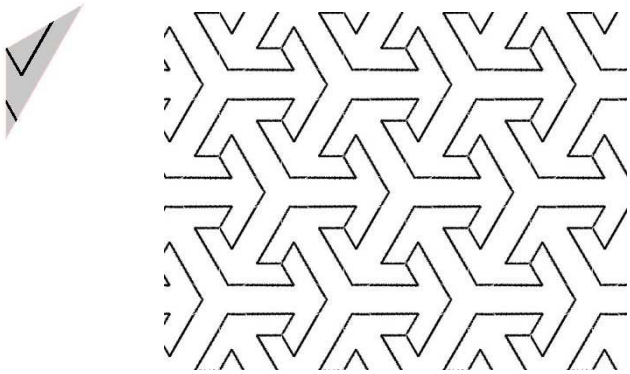




A gauche, un pavage de l'Alhambra de Grenade, du type *p*3. A noter la présence de formes hexagonales, mais aucune symétrie d'ordre 6. *A droite*, une simulation simplifiée sur ordinateur, avec son motif minimal.

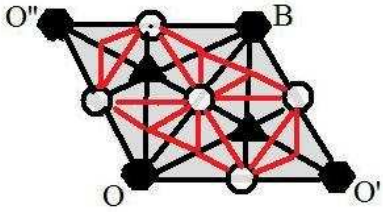
Pavage p31m

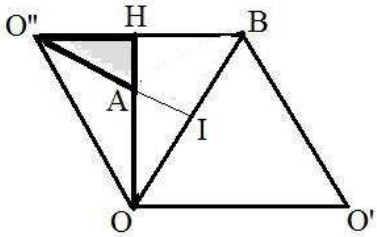


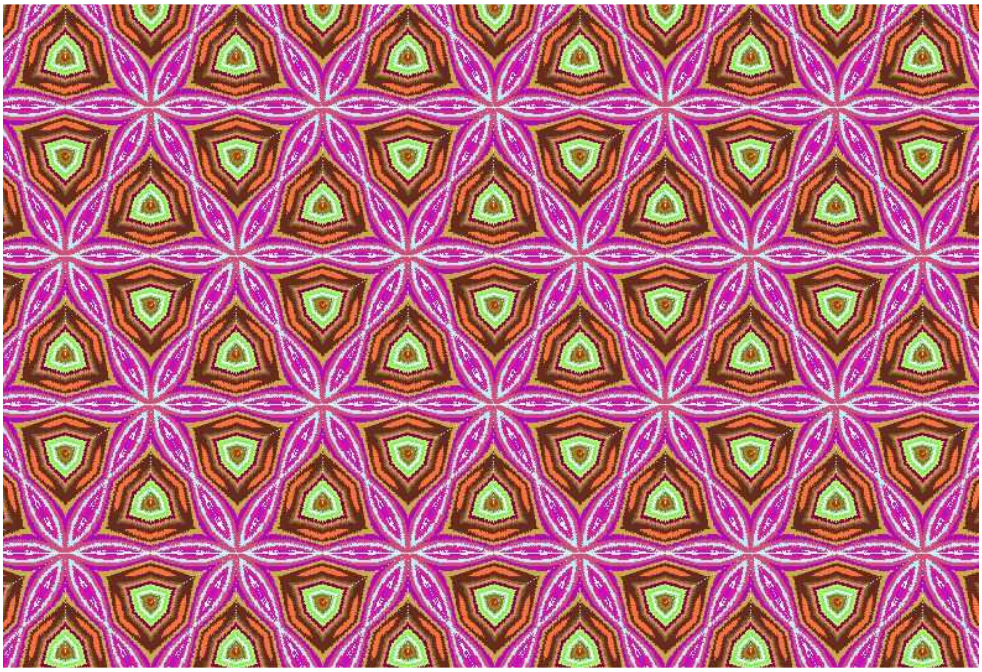


Un exemple classique de pavage *p*31*m*

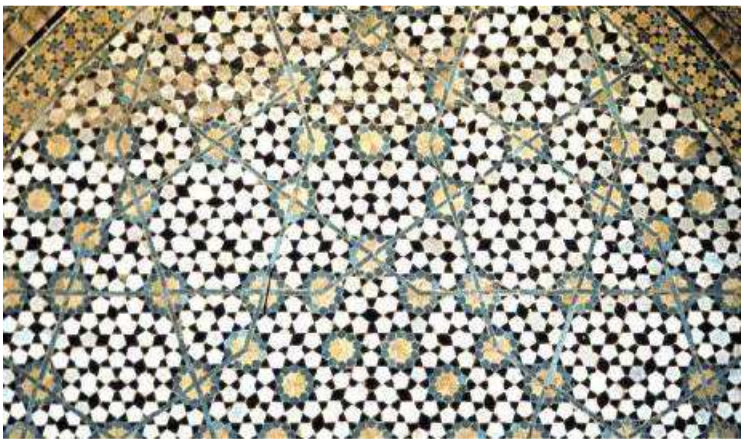
Pavage p6m



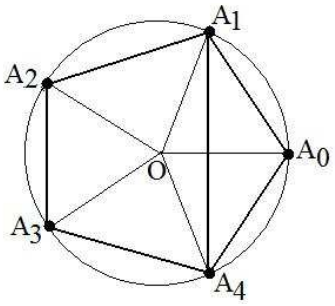




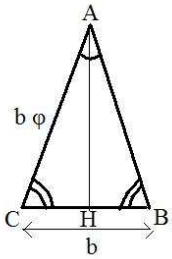
Pavages de Penrose

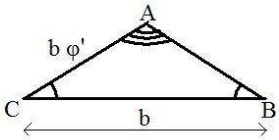


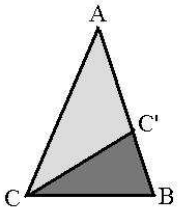
Mosaïque à Ispahan (Iran), préfiguration des pavages de Penrose

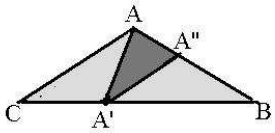


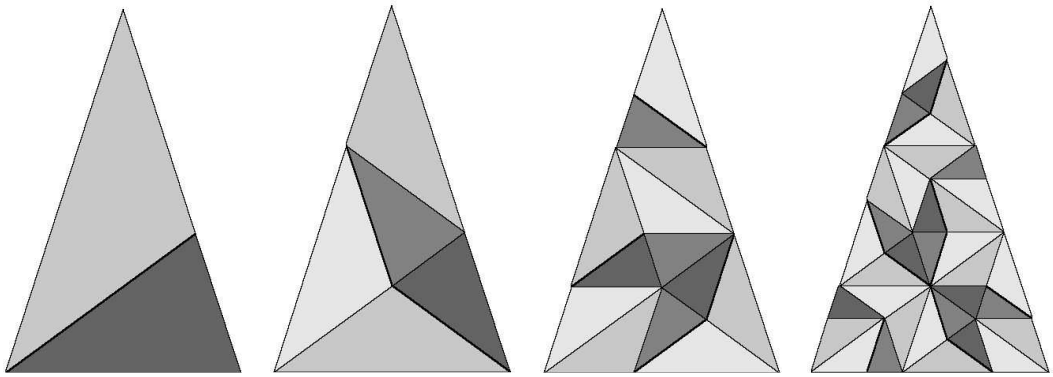
$$A_1A_0 \,/\, A_1A_4 = \varphi' \; (= \frac{\sqrt{5}-1}{2})$$

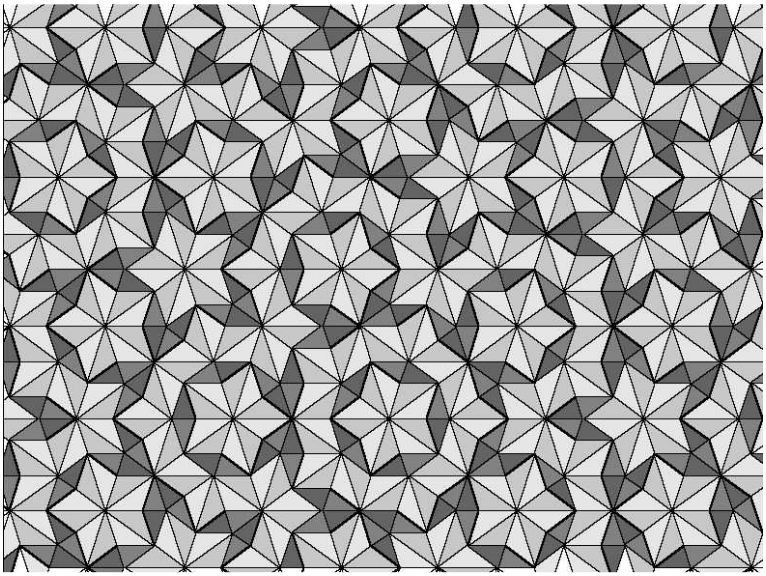




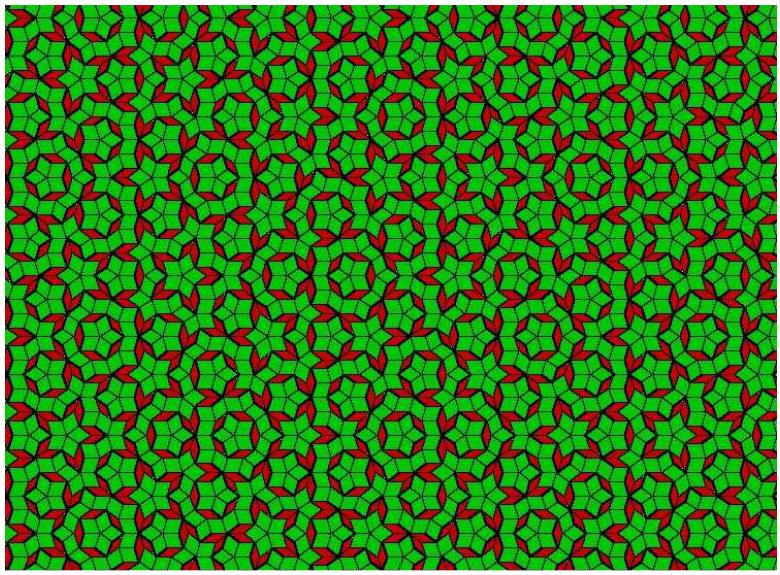




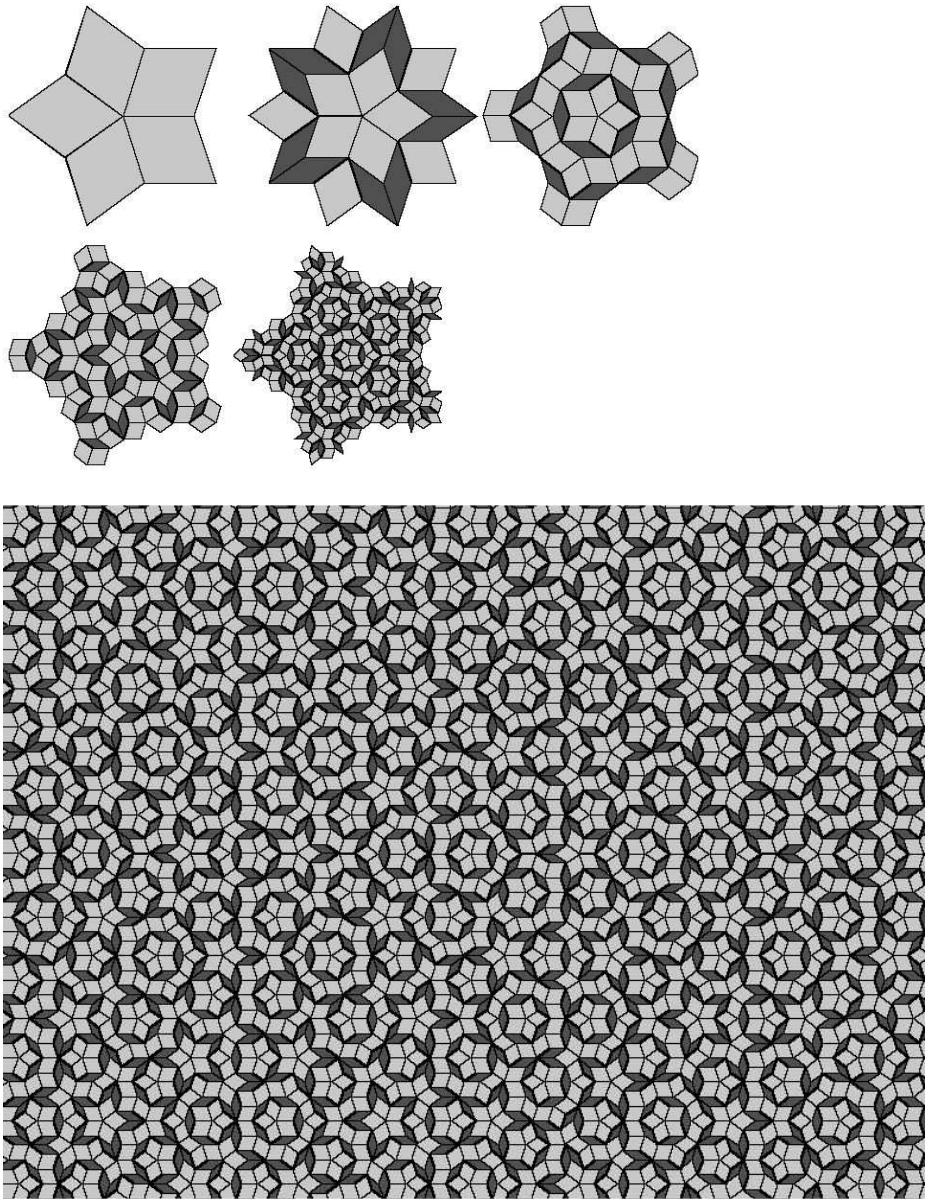




Pavage de Penrose à base de deux types de triangles



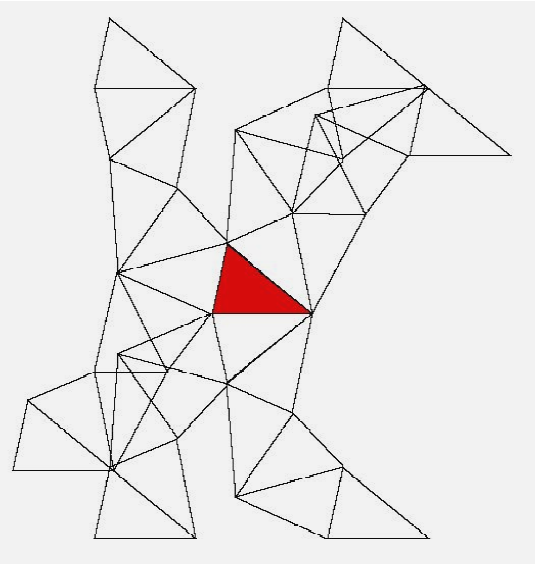
Pavage de Penrose à base de deux types de losanges

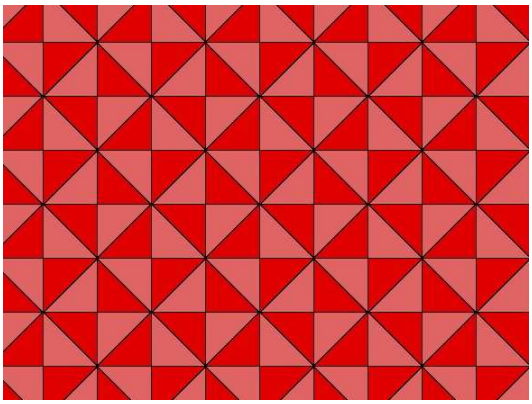


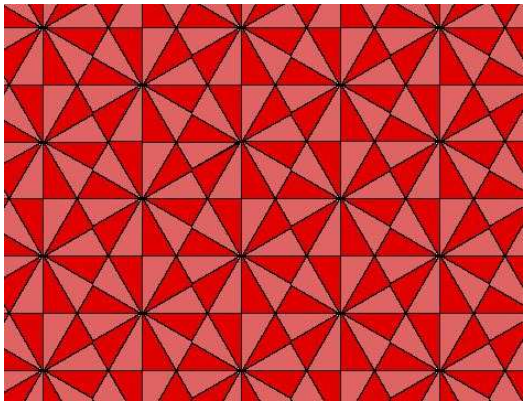
Pavage de Penrose ayant une symétrie d’ordre 5

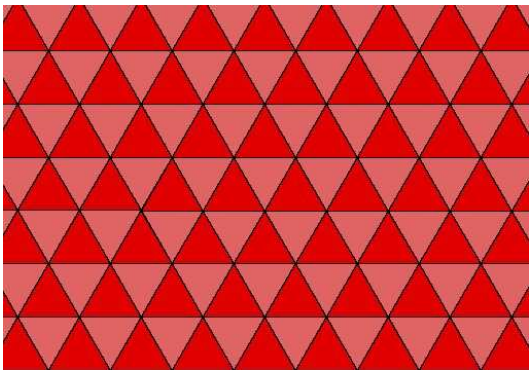
Kaléidoscopes

Dans le plan euclidien



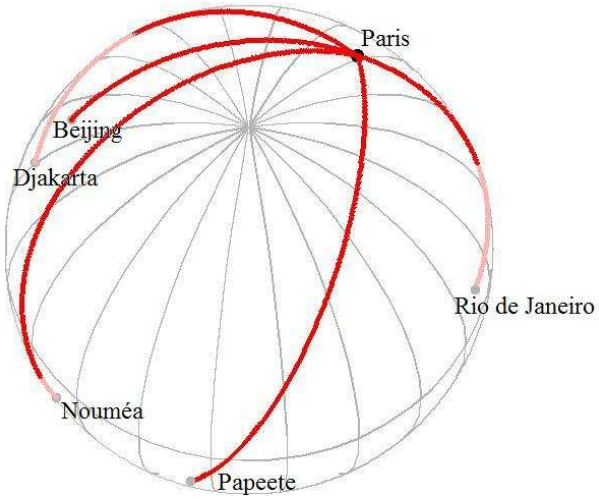






Les trois kaléidoscopes triangulaires du plan

En géométrie sphérique

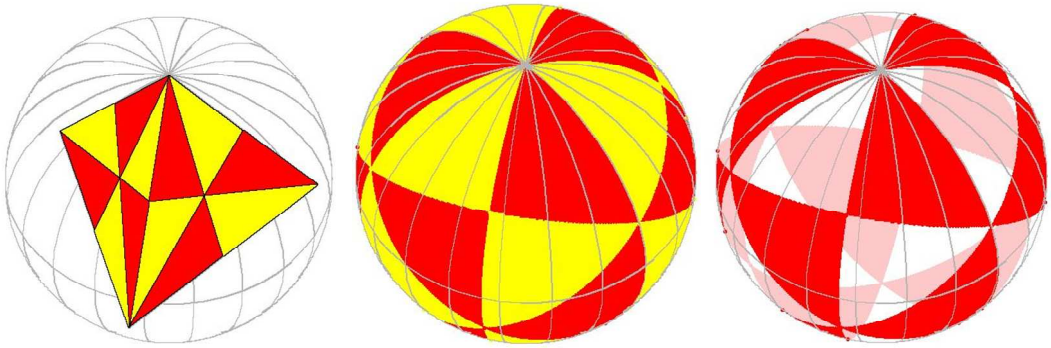


Les plus courts chemins entre deux points sont des arcs de grands cercles

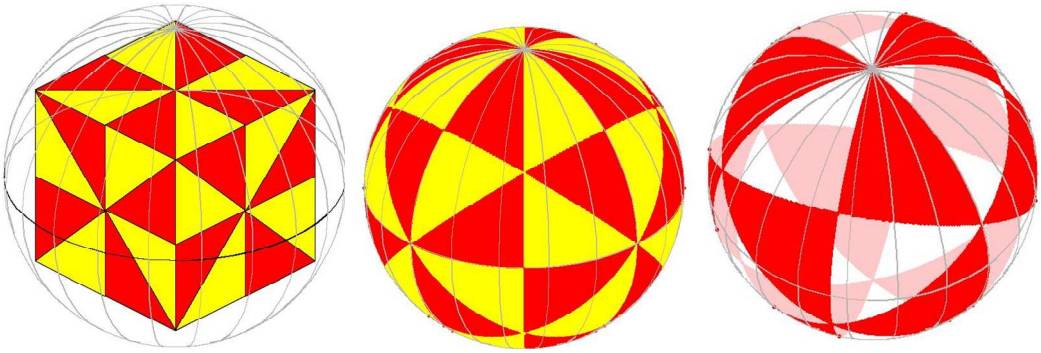
Les quatre types de kaléidosopes sphériques

1)

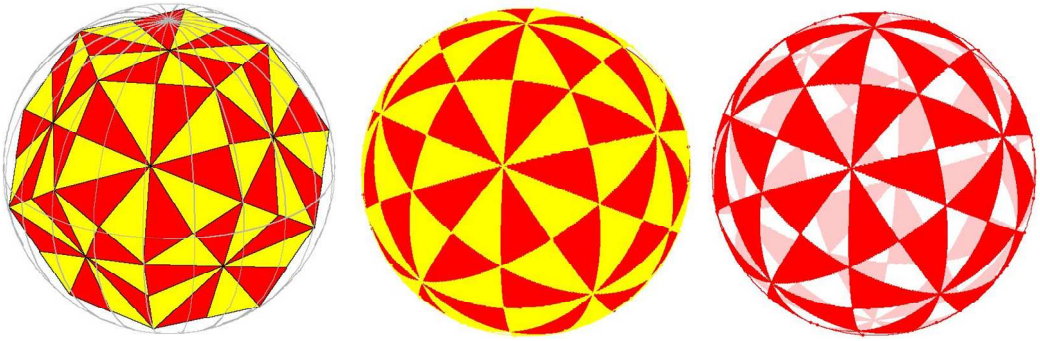
2)

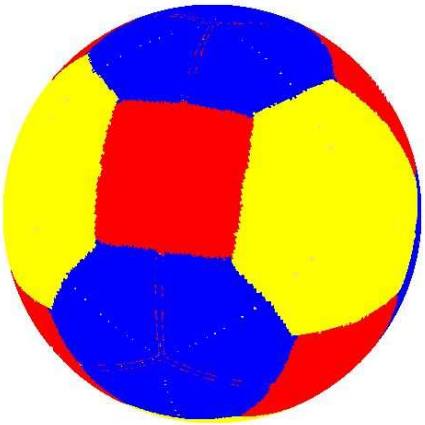


3)

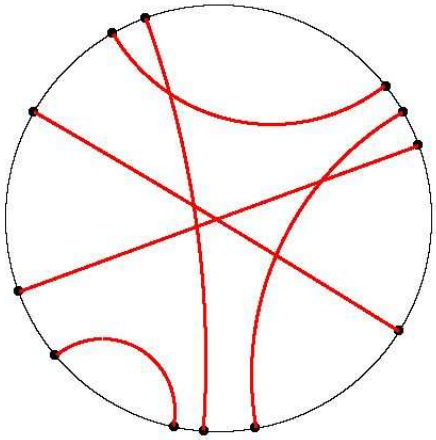


4)

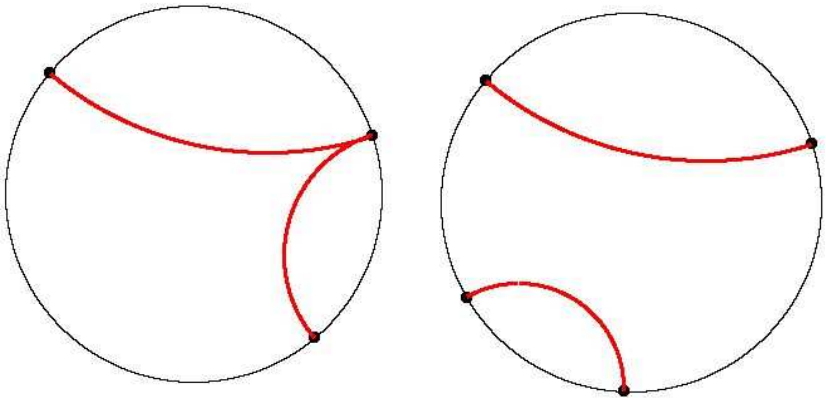




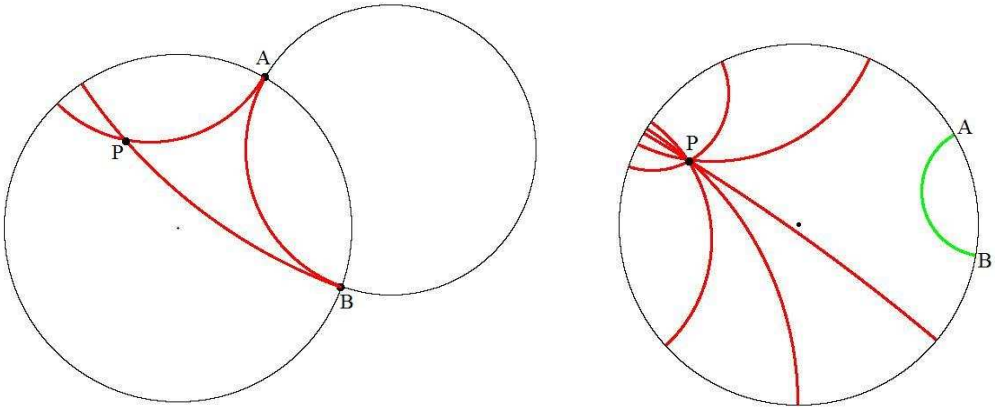
En géométrie hyperbolique



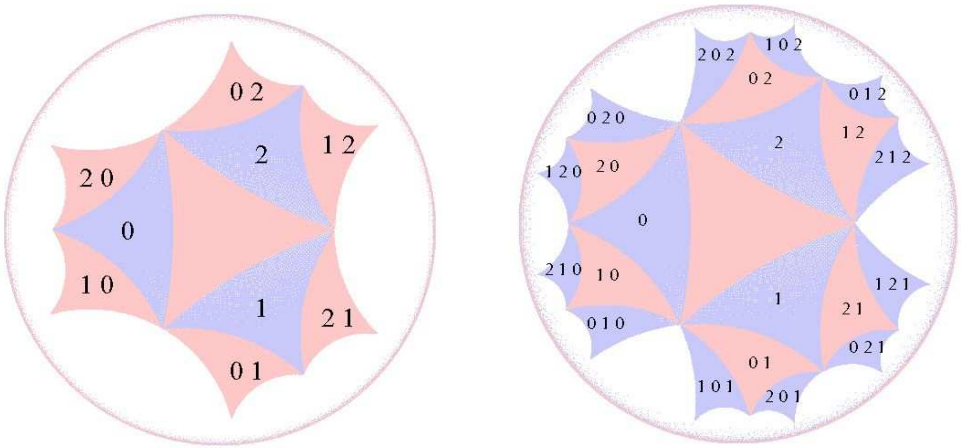
Droites dans le disque de Poincaré



Droites parallèles. A gauche elles se rencontrent à l'infini. A droite, elles ne se rencontrent jamais (droites dites ultra-parallèles).

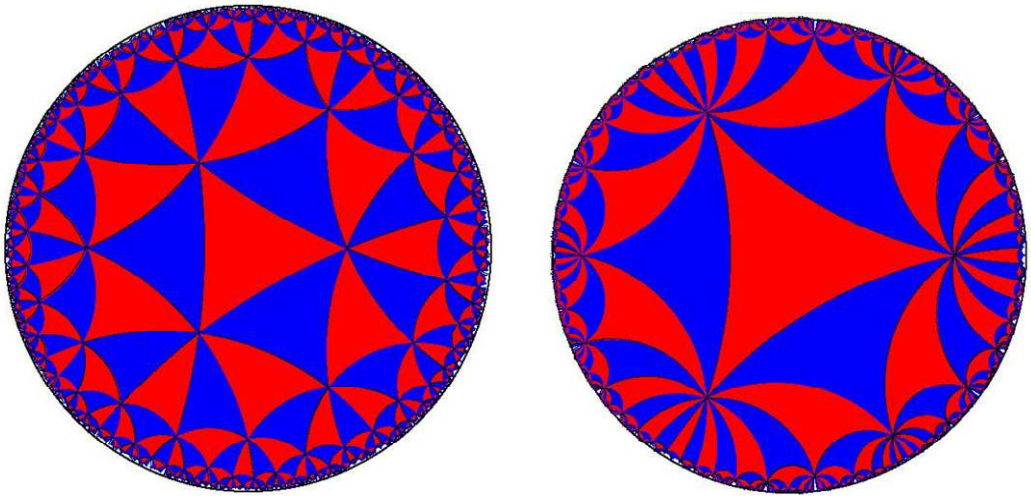


A gauche, par le point P on peut mener deux droites parallèles à la droite (*AB*).
A droite, par le point P on peut tracer une infinité de droites ultra-parallèles à la droite (*AB*)

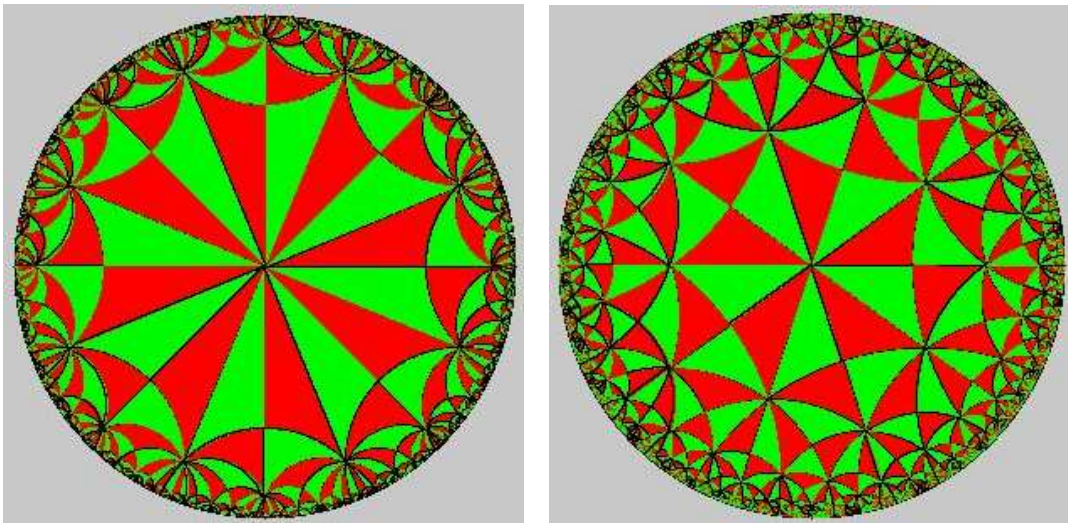


A partir d’un triangle équilatéral central, début de construction du pavage kaléidoscopique

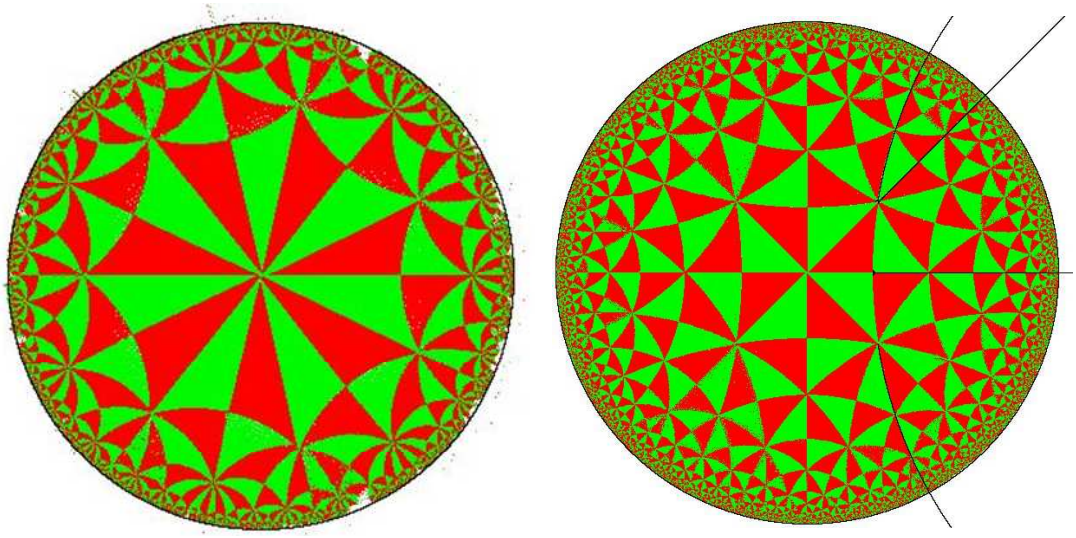
Pavages kaléidoscopiques en géométrie hyperbolique



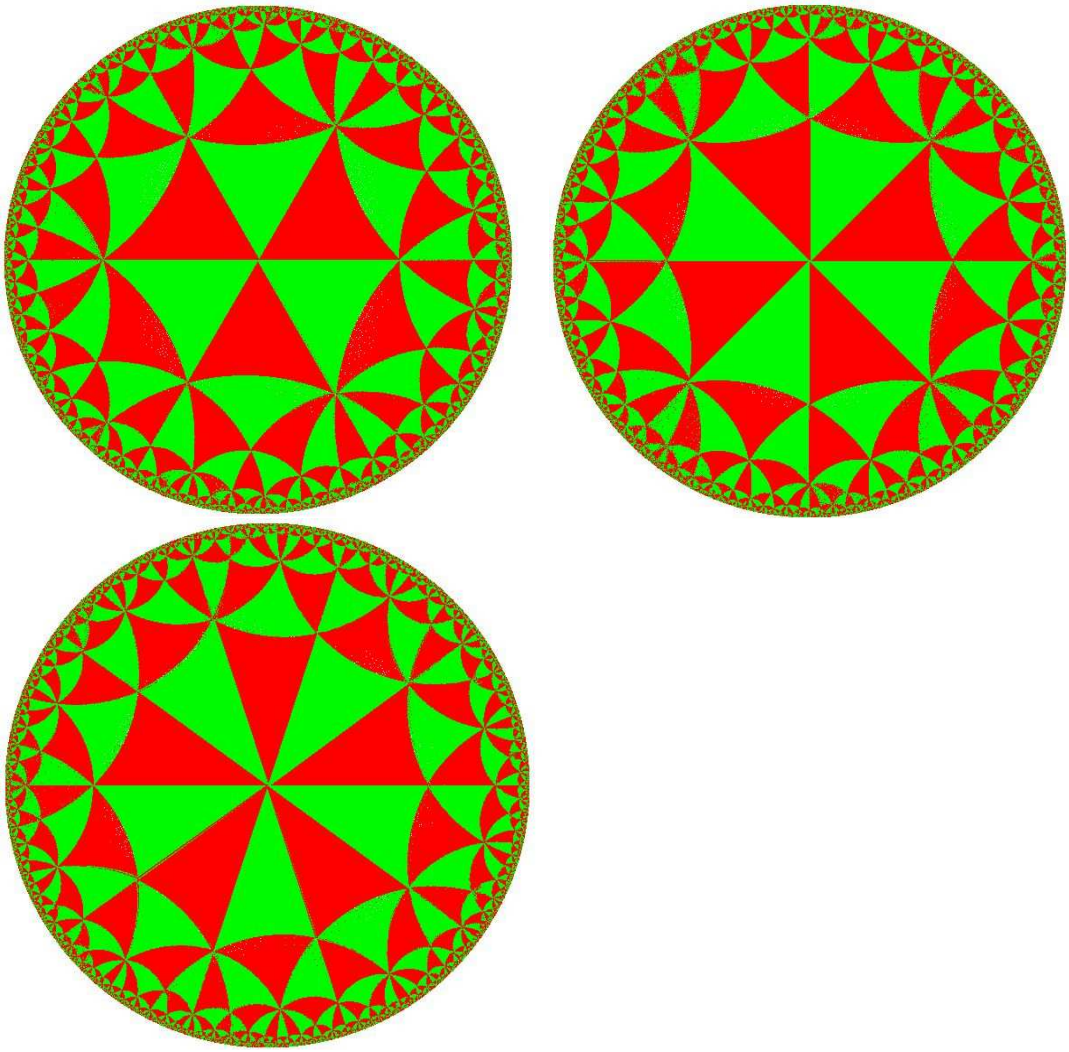
Pavage à base de triangles équilatéraux isométriques (angles de $\pi/4$ à gauche et $\pi/5$ à droite)



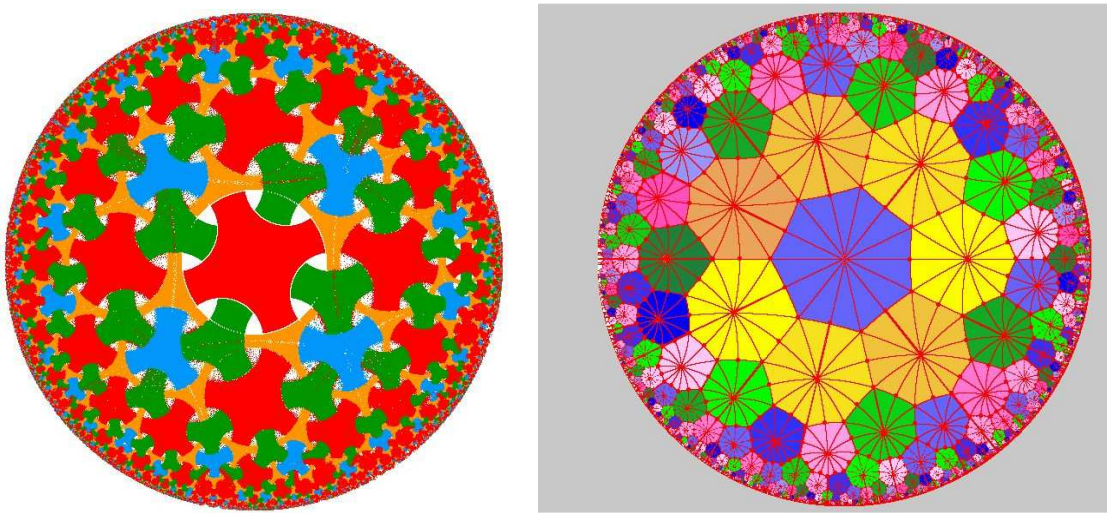
Pavage par des triangles rectangles isocèles (avec deux angles de $\pi/8$ à gauche et de $\pi/5$ à droite



Pavage par des triangles rectangles, avec des angles de $\pi/7$ et $\pi/5$ à gauche, de $\pi/4$ et $\pi/5$ à droite



Trois aspects du même pavage par des triangles d'angles π/3, π/4 et π/5



A gauche, pavage de Rigby, à droite « parapluies de Vérone »